ISSN 1733-8670

ZESZYTY NAUKOWE NR 5(77)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE

OBSŁUGIWANIE MASZYN I URZĄDZEŃ OKRĘTOWYCH
O M i U O 2 0 0 5

Stanisław Radkowski

Wykorzystanie pochodnych rzeczywistego rzędu w wibroakustycznej diagnostyce uszkodzeń niskoenergetycznych

Słowa kluczowe: pochodna niecałkowitego rzędu, diagnostyka, modulacja, modele diagnostyczne

W pracy podjęto problem metod diagnostycznych, których celem jest detekcja początkowych uszkodzeń strukturalnych, charakterystyka ich natury oraz ocen konsekwencji ich wystąpienia. Przedstawiona analiza skupiona jest na środkach analizy sygnałów wibroakustycznych, szczególnie na możliwości ekstrakcji informacji odnośnie fizycznej interpretacji wpływu procesów zużycia na generację sygnałów wibroakustycznych. Wskazano, że taka informacja może być otrzymana przy zastosowaniu niecałkowitej pochodnej sygnału, a omówiona technika jest użyteczna przy wyborze struktury modelu diagnostycznego.

Using the Derivatives of Real Number Order for Vibro-acoustic Diagnosis of Low-energy Defects

Key words: fractional derivative, vibro-acoustic diagnosis, diagnostic models, modulation

This paper is concerned with diagnostic methods, the goal of which is to detect initial structural faults, characterize their nature and severity and isolate them into particular components. The analysis presented here focuses on a means of vibro-acoustic signals, specifically, on a means of extracting from such signals the information concerning physical interpretation of wear phenomena impact on signal generation. It demonstrates that such diagnostic information can be extracted using a fractional derivative methodology and that the technique can be useful in choosing the structure of a diagnostic model.

Wprowadzenie

Zdolność diagnozowania stanu poszczególnych elementów podzespołów i zespołów maszyn, i zrozumienie implikacji informacji diagnostycznej na dalsze użytkowanie maszyn, ma ogromne praktyczne znaczenie w ocenie przemysłowych, komercyjnych i militarnych zastosowań. Jakość diagnozy i wiarygodność prognozy są funkcją cenności informacji umożliwiającej wykrywanie uszkodzeń oraz typ i rozległość konsekwencji.

Szybka i dokładna detekcja uszkodzeń elementów układu napędowego (kół zębatych i łożysk) w takim ujęciu diagnostycznym jest zagadnieniem, na którym skupia się cała uwaga.

Jednym ze szczególnych zadań jest detekcja procesu inicjacji uszkodzeń zmęczeniowych mierzalnych zmian w strukturze sygnału wibroakustycznego. Wiele wyspecjalizowanych metod, których celem jest zapewnienie poprawnego rozwiązania tak sformułowanego zadania diagnostycznego, zostało opracowanych i opisanych w literaturze.

Należy tu przede wszystkim wymienić analizę bispektralną [10], spektralną analizę obwiedni [8], analizę statystycznych momentów [1], analizę na płaszczyźnie czasowo-częstotliwościowej [5], metodę generacji residuów [6] i modelowo wspartą procedurę demodulacji [2].

W ogólności można zauważyć, że w każdej z tych metod zakłada się możliwość odpowiedniej dekompozycji sygnału wibroakustycznego, generowanego przez złożony układ techniczny na zaburzenie i sygnał zawierający diagnostycznie istotną informację.

Równolegle stosowane są techniki poprawy stosunku sygnału użytecznego do szumu, które przeważnie swoje źródła mają w odpowiednim wykorzystaniu metod analizy sygnału.

Pewna grupa tych metod odwołuje się do wykorzystania właściwości modeli dynamicznych. Takim przykładem mogą być próby powiązania efektów modulacyjnych z odpowiednią modyfikacją modelu dynamicznego.

1. Diagnozowanie wczesnych faz powstawania uszkodzeń

W diagnozowaniu uszkodzeń niskoenergetycznych podstawową rolę odgrywa sygnał diagnostyczny postaci:

$$y(t) = \cos(\omega t + \varepsilon f(t)) \tag{1}$$

gdzie:

ε – indeks modulacji,
$f(t)$ – funkcja modulująca.

W literaturze [4] wskazuje się, że jest to rozwiązanie liniowego równania ze zmiennymi współczynnikami. Przede wszystkim zauważmy, że:

$$\dot{y}(t) = -(\omega + \varepsilon f'(t)) \cdot \sin(\omega t + \varepsilon f(t)) \tag{2}$$

$$y''(t) = -(\omega + \varepsilon f'(t))^2 \cos(\omega t + \varepsilon f(t)) - \varepsilon f''(t) \sin(\omega t + \varepsilon f(t)) \tag{3}$$

Stąd:

$$\ddot{y}(t) - \frac{f''(t)}{\omega + \varepsilon f'(t)} \dot{y}(t) + (\omega + \varepsilon f'(t))^2 y(t) = 0 \tag{4}$$

Przy założeniu, że funkcja modulująca może być przedstawiona jako sygnał sinusoidalny, o częstotliwości różnej od częstotliwości funkcji nośnej, zależność (4) przyjmuje postać:

$$y(t) = \cos(\omega t + \varepsilon \sin \Omega t) = \cos \omega t \cos(\varepsilon \sin \Omega t) - \sin \omega t \sin(\varepsilon \sin \Omega t) \tag{5}$$

Zauważmy, że przyjmując funkcję modulującą w postaci harmoniki dla częstotliwości będącej krotnością określonej częstotliwości podstawowej f_z, w wyrażeniu aproksymującym zależność (5), otrzymamy kolejne składowe harmoniczne:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i \cos(2\pi i f_z t + \varphi_i) \tag{6}$$

Na przykład, dla modulującego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości nośnej: $\Omega = 2\omega$, równanie (5) może być zapisane [4]:

$$y(t) = \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \cos \omega t + \frac{1}{2} \varepsilon \cos 3\omega t \tag{7}$$

W tym przypadku zjawisko modulacji, przy założeniu małych zakłóceń, występuje w postaci efektu nieliniowego, na co wskazuje podobieństwo zależności (7) do przybliżonej postaci rozwiązania nieliniowego równania Duffinga.

Równocześnie można zauważyć, że próby doboru modelu na podstawie syntezy sygnału generowanego przez diagnostyczny układ prowadzące do różniczkowych modeli diagnostycznych wskazują najczęściej na równania wyższego rzędu, niż zwykle stosowane równanie różniczkowe zwyczajne rzędu drugiego.

Potwierdzeniem tego stanu rzeczy są próby określenia wymiaru Hausdorfa [9], według których konieczny wymagany rząd, który pozwoli opisać zjawiska fizyczne pozwalające objaśnić proces generacji informacji diagnostycznej, mieści się w przedziale pomiędzy 2 i 3. Spotykamy się zatem z sugestią o potrzebie zastosowania innego rzędu niż drugi, a szczególnie zastosowania rzędu opisanego liczbą rzeczywistą.

2. Obliczenie pochodnej niecałkowitego rzędu

Problemem, który w pierwszej kolejności należy rozwiązać, to określenie pochodnej rzędu niecałkowitego. Zagadnienie tak zdefiniowanej pochodnej jest coraz częściej prezentowane w literaturze [3].

Pochodne rzędu ułamkowego są przedstawione w postaci operacji

$$D^{\mu} f(t) = D^{m} t\left[D^{-(m-\mu)} f(t)\right] \tag{8}$$

Wówczas pochodne ujemnego rzędu przedstawione są wzorem:

$$D^{-1} f(t) = \int_0^t f(\varsigma) d\varsigma \tag{9}$$

Po n-krotnym powtórzeniu zależność (9) przyjmie postać:

$$D^{-n} f(t) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t-\varsigma)^{n-1} f(\varsigma) d\varsigma \tag{10}$$

Dla dowolnego rzędu wzór (10) przyjmie postać:

$$D^{-\upsilon} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\upsilon)} \int_0^t (t-\varsigma)^{\upsilon-1} f(\varsigma) d\varsigma \tag{11}$$

Zauważmy, że biorąc dowolną liczbę dodatnią i odejmując, otrzymamy o m-mniejszą najbliższą niecałkowitą liczbę ujemną, tym samym całkę tego rzędu. Jeżeli następnie otrzymany wynik zróżniczkujemy m-krotnie, otrzymamy pochodną niecałkowitą.

Jak podkreśla się w literaturze, niewiele jest funkcji, dla których daje się przeprowadzić powyższe obliczenia nie wychodząc poza funkcje elementarne. Stąd największe możliwości wykorzystania pochodnych niecałkowitych związane są z własnościami przekształcenia Fouriera. Szczególne znaczenie ma opera-

cja różniczkowania oryginału i odpowiadająca tej operacji transformata Fouriera:

$$\frac{d^{\alpha} x(t)}{dt^{\alpha}} = (j\omega)^{\alpha} \mathrm{X}(j\omega) \tag{12}$$

Zależność (12) jest ważna dla funkcji $x(t)$ bezwzględnie całkowalnej w przedziale $(-\infty,+\infty)$ oraz ma prawie wszędzie pochodną, bezwzględnie całkowalną w tym samym przedziale. Wykorzystując zależność (11), pochodną niecałkowitego rzędu otrzymamy jeśli po prawej stronie wykorzystamy wykładnik niecałkowitego rzędu.

Przykład takiej transformacji sygnału wibroakustycznego przedstawiono w pracy [7] analizując sygnały generowane przez łożyska toczne w różnym stanie technicznym.

3. Badanie nieliniowego, zmodulowanego sygnału

Przestawiając bliżej zagadnienie wykorzystania pochodnej niecałkowitej sygnału wibroakustycznego, przeanalizujmy sygnał, który poddano modulacji amplitudowo-częstotliwościowej:

$$x(t) = A_0 \left(1 + \sum_{i=1}^{2} M_i \cos(2\pi i f_r t) \right) \cdot \cos\left(2\pi f_z t + \sum_{k=1}^{2} m_k \cos(2\pi k f_r t) \right) \tag{13}$$

gdzie:

- A_0 – amplituda sygnału;
- M_i – głębokość modulacji amplitudowej;
- m_k – indeks modulacji fazowej;
- f_r – częstotliwość obrotów wału zębnika przekładni;
- f_z – częstotliwość zazębienia przekładni.

Tak wygenerowany sygnał został podany na wejście układu zawierającego element nieliniowy:

$$y(t) = x(t) + \varepsilon x^2(t)\,, \tag{14}$$

gdzie wartość ε określa wielkość nieliniowości w sygnale $y(t)$.

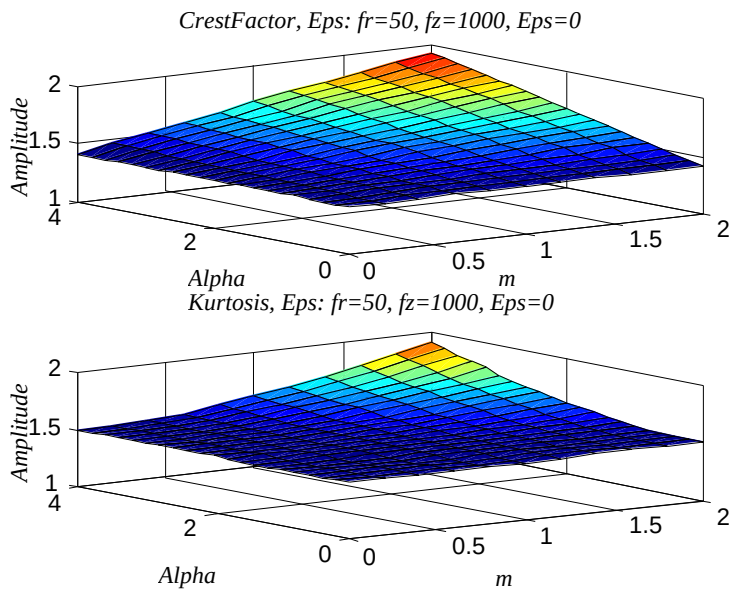
Rezultaty zostały przedstawione dla dwóch przykładowych parametrów diagnostycznych: współczynnika szczytu (WSK) i kurtozy:

$$\mathrm{WSK} = \frac{\mathrm{Peak}}{\mathrm{RMS}} \tag{15}$$

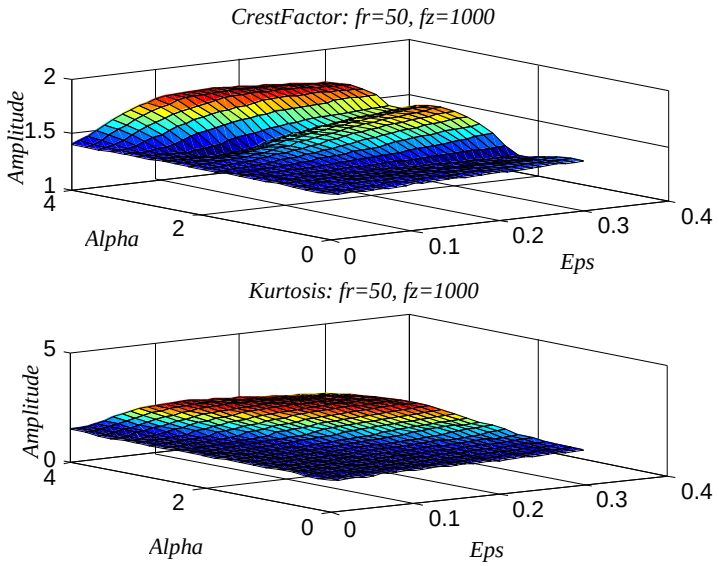
$$\mathrm{Kurtoza} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(s_i - \bar{s}\right)^4}{\mathrm{RMS}^4} \tag{16}$$

Otrzymane rezultaty przedstawiono na rysunkach 1 – 4.

Z przedstawionych rezultatów symulacji wynika, że wpływ rzędu pochodnej jest różny w zależności od badanego parametru diagnostycznego oraz analizowanego zaburzenia procesu generacji sygnału. Zwraca uwagę wrażliwość rzędu pochodnej na występowanie modulacji częstotliwościowej (rys. 1) oraz wpływu nieliniowości (rys. 2). Natomiast zmiana rzędu pochodnej jest obojętna na efekty modulacji amplitudowej (rys. 3). Potwierdzeniem tych wniosków są wyniki symulacji (rys. 4), gdzie przedstawiono rezultaty zmiany obserwowanych parametrów w funkcji zmian współczynnika nieliniowości dla określonych wartości modulacji amplitudowej i częstotliwościowej.

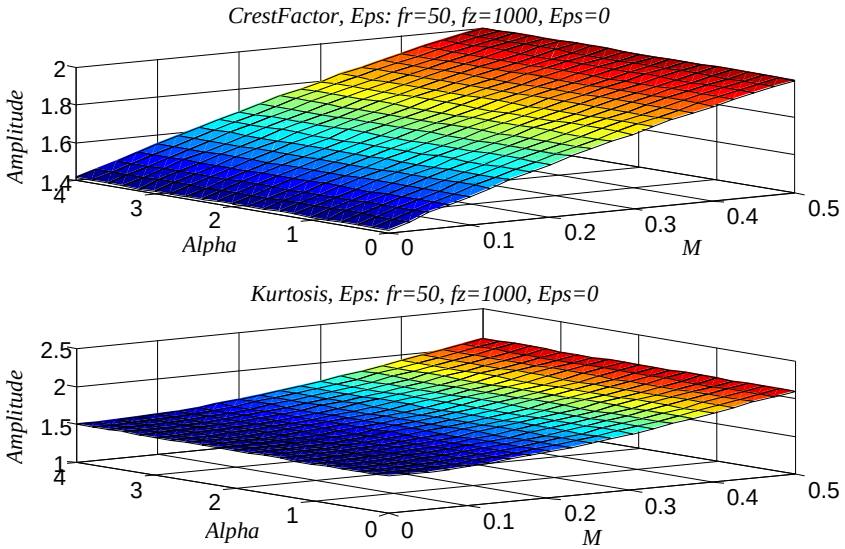


Rys. 1. Zmiany współczynnika szczytu i kurtozy w funkcji rzędu pochodnej i indeksu modulacji
Fig. 1. Changes in the crest factor and Kurtosis as the function of the order of derivative and index modulation



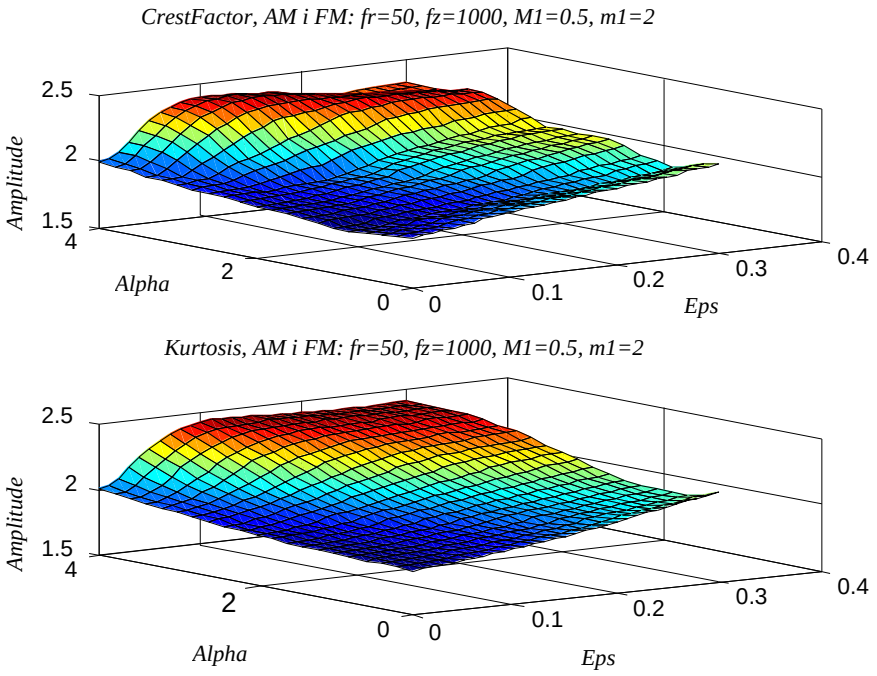
Rys. 2. Zmiany współczynnika szczytu i kurtozy w funkcji rzędu pochodnej i współczynnika nieliniowości

Fig. 2. Changes in the crest factor and Kurtosis as the function of the order of derivative and nonlinearity factor



Rys. 3. Zmiany współczynnika szczytu i kurtozy w funkcji rzędu pochodnej oraz głębokości modulacji amplitudowej

Fig .3. Changes in the crest factor and Kurtosis as the function of the order of derivative and amplitude modulation



Rys. 4. Zmiany współczynnika szczytu i kurtozy w funkcji rzędu pochodnej i współczynnika nieliniowości dla sygnału amplitudowo- i częstotliwościowo zmodulowanego
Fig .4. Changes in the crest factor and Kurtosis as the function of the order of derivative and nonlinearity factor for amplitude and frequency modulated signal

Wnioski końcowe

Z przeprowadzonej analizy wynika, że możliwe będzie opracowanie algorytmów diagnostycznych, w których będzie wykorzystana informacja diagnostyczna otrzymana za pomocą pochodnej niecałkowitego rzędu. Szczególne zainteresowanie budzi zróżnicowana wrażliwość na zróżnicowane zmiany struktury częstotliwościowej sygnału, związane z różnymi postaciami zaburzeń towarzyszących określonym typom uszkodzeń. Może to stanowić ważny wskaźnik jakości modelu, a szczególnie oceny doboru rzędu modelu dynamicznego. W podobny sposób mogą być oceniane procedury generacji residuów, techniki diagnozowania znajdującej coraz szersze zainteresowanie. Próba uzyskania odpowiedzi na te pytania będzie podjęta w kolejnych badaniach nad tymi zagadnieniami.

Literatura

1. Bayar N., Chen O., Ball A., Kruger U., *Detection of Incipient Tooth Defect in Helical Gears Using Multivariate Statistics*, MSSP 15(2), 2001, s. 303 – 321.
2. Filonik R., Mączak J., Radkowski S., *Simulation and Modelling of tooth low-energy failure in helical gearbox*, MDP, vol. 26 No 2/3, 2002, s. 89 – 104.
3. http://mathworld.wolfram.com/FractionalDerivative.html.
4. Huang N., Shen Z., Long S.R., *A New View of Nonlinear Water Waves: The Hilbert Spectrum*, Annual Review Fluid Mechanics, Niemcy, Vol. 31, 1999, s. 417 – 457.
5. Jasiński M., Radkowski S., *Wykorzystanie wignerowskiej analizy sygnału wibroakustycznego w zadaniach wykrywania uszkodzeń*, Materiały II MKDT, Warszawa, Vol. 2, 2000, s. 133 – 134.
6. Kościelny J.M., *Diagnozowanie procesów przemysłowych, Inżynieria diagnostyki maszyn*, Biblioteka Problemów Eksploatacji, 2004, s. 733 – 769.
7. Lahdelma S., Kotila V., *Reaaliderivaatat – uusi tapa käsitellä signalia*, Kunnossapito, 8, 2003, s. 1 – 4.
8. Mączak J., Radkowski S., *Low-energy Spectrum Components as a Symptom of Failure*, MDP, Vol. 8, 1994, s. 45 – 64.
9. Mączak J., Samsonowicz J., *Fast Algorithm for Calculating the Hausdorf Dimensions*, MDP, Vol. 23, Nr 2, 1999, s. 95 – 101.
10. Swami A., Mendel J. M., Nikias Ch. L., *Higher – Order Spectral Analysis Toolbox*, The Math Works Inc, 1993.

Autor dziękuje Panom dr inż. Marcinowi Jasińskiemu i Maciejowi Zawiszy za pomoc w ostatecznej redakcji referatu.

Praca finansowana w ramach projektu badawczego KBN.

Wpłynęło do redakcji w lutym 2005 r.

Recenzenci

dr hab. inż. Piotr Bielawski, prof. AM
dr hab. Zenon Zwierzewicz, prof. AM

Adres Autora

prof. dr hab. inż. Stanisław Radkowski
Politechnika Warszawska
Wydział SiMR, Instytut Podstaw Budowy Maszyn
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa
e-mail: ras@simr.pw.edu.pl